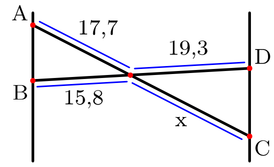
Problemas que se pueden resolver usando triángulos semejantes

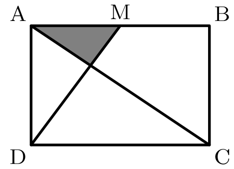
Ideas que te pueden ayudar:

* Los segmentos proporcionales que uses en el problema no tienen por qué limitarse a lados, cualquier otro puede ser interesante, como alturas o medianas.
* Puede ser necesario trazar líneas auxiliares, normalmente paralelas o perpendiculares, para que aparezcan triángulos semejantes.

Enunciados

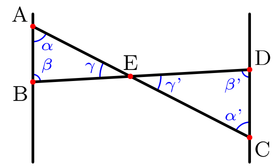


① Sabiendo que los segmentos AB y CD de la figura de la derecha son paralelos, calcula el valor de la longitud «x» con tres cifras significativas.



② Sabiendo que el área del rectángulo ABCD de la figura de la derecha mide 60 u² y que el punto M es el punto medio del segmento AB, calcula el área del triángulo marcado en gris.

Resoluciones



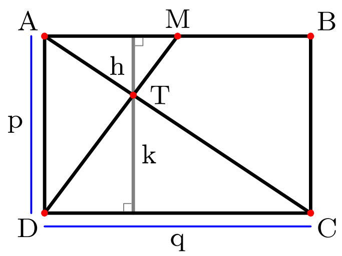
① En la figura observamos dos triángulos semejantes. Para demostrar que lo son, ponemos nombres al punto de corte de AC y BD y a los ángulos, como se ve a la derecha.

Los triángulos ABE y EDC son semejantes porque tienen los tres ángulos iguales (con demostrar que tienen dos iguales sería suficiente, pero es muy sencillo demostrar que lo son los tres): $\alpha=\alpha'$ por alternos internos; $\beta=\beta'$ por alternos internos y $\gamma=\gamma'$ por opuestos por el vértice.

Por tanto, los lados correspondientes son proporcionales. En este problema es crítico distinguir bien cuáles son los lados correspondientes, porque los triángulos no están en la posición de Tales y es fácil confundirse. Por tanto, señalamos explícitamente los lados según el ángulo al que se oponen.

$$\frac{\text{Opuesto a } \alpha}{\text{Opuesto a } \alpha'}=\frac{\text{Opuesto a } \beta}{\text{Opuesto a } \beta'} \Rightarrow \frac{15{,}8}{19{,}3}=\frac{17{,}7}{x} \Rightarrow x=\frac{19{,}3\cdot 17{,}7}{15{,}8}=21{,}6$$

Solución: 21,6 u



② Si llamamos «p» y «q» a las dimensiones del rectángulo, sabemos que pq=60; para calcular el área del triángulo pedido podemos escribir su base y su altura en función de «p» y «q»; escribir la base es muy sencillo: la mitad del lado superior; pero escribir la altura requiere utilizar dos triángulos semejantes y comparar sus alturas. Usamos la notación de la derecha.

Los triángulos AMT y TDC son semejantes porque tienen los tres ángulos iguales (como en el problema anterior), luego deducimos que sus alturas siguen la misma proporción que sus lados; por tanto:

$$\frac{k}{h}=\frac{\overline{DC}}{\overline{AM}}=\frac{\overline{DC}}{\frac{1}{2}\overline{AB}}=\frac{q}{\frac{1}{2}q}=2 \Rightarrow k=2h;\ h+k=p \Rightarrow h+2h=p \Rightarrow 3h=p \Rightarrow h=\frac{p}{3}$$

$$\text{Área}=\frac{1}{2}\cdot\overline{AM}\cdot h=\frac{1}{2}\cdot\frac{q}{2}\cdot\frac{p}{3}=\frac{pq}{12}=\frac{60}{12}=5.\ \text{Solución: } 5\,u^2$$