

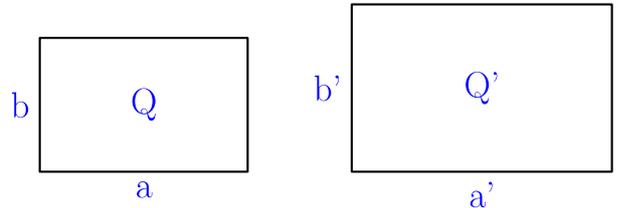
Razón de semejanza y área de figuras semejantes

Si la razón de semejanza de dos figuras planas o del espacio es «r», entonces el cociente de las áreas de las dos figuras es «r²».

Demostración para rectángulos

La demostración para rectángulos es muy fácil de entender y muestra muy bien cuál es la idea principal de esta propiedad.

Supongamos dos rectángulos Q y Q' como vemos en la figura tales que su razón de semejanza sea «r».



Sabemos que $\frac{a'}{a}=r$ y $\frac{b'}{b}=r$. Por lo tanto, $a' = ar$ y $b' = br$.

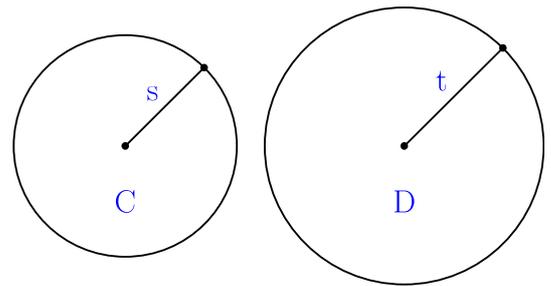
Dividimos las áreas de los rectángulos y, efectivamente, es «r²»:

$$\frac{\text{Área de } Q'}{\text{Área de } Q} = \frac{a' \cdot b'}{a \cdot b} = \frac{ar \cdot br}{a \cdot b} = \frac{r^2 \cdot a \cdot b}{a \cdot b} = r^2$$

Demostración para círculos

Las figuras semejantes no tienen por qué ser polígonos, ya que la semejanza es un concepto muy general y hay que mantener una mente abierta. Tiene sentido, por tanto, ver cómo se demuestra esta propiedad para círculos.

Supongamos dos círculos C y D como vemos en la figura tales que su razón de semejanza sea «r».



Sabemos que $\frac{t}{s}=r$, luego $t=sr$.

Dividimos las áreas de los círculos y, efectivamente, es «r²»:

$$\frac{\text{Área de } D}{\text{Área de } C} = \frac{\pi t^2}{\pi s^2} = \frac{t^2}{s^2} = \frac{(sr)^2}{s^2} = \frac{s^2 \cdot r^2}{s^2} = r^2$$

Enunciado

Dos polígonos son semejantes. El lado mayor del primero mide 41 metros y su área mide 826 metros cuadrados. El lado mayor del segundo mide 35 metros. Calcula con cinco cifras significativas el área del segundo polígono.

Resolución

La razón de semejanza es $r = \frac{35}{41}$. La podemos calcular explícitamente y luego usar una memoria de la calculadora, simplificarla (si se pudiera) o dejarla indicada.

Llamamos A y A' a las áreas de los polígonos; sabemos que $\frac{A'}{A} = r^2$, luego

$$\frac{A'}{826} = \left(\frac{35}{41}\right)^2 \Rightarrow A' = 826 \cdot \left(\frac{35}{41}\right)^2 = 601,93. \text{ Solución: } 601,93 \text{ m}^2$$