

Fórmula de Herón

Es una fórmula conocida desde hace milenios que permite calcular el área de un triángulo conocidas las longitudes de los lados.

Si las longitudes de los lados del triángulo son «a», «b» y «c», llamamos semi-perímetro a la mitad del perímetro: $s = (a+b+c):2$. Entonces el área es

$$\text{Área} = \sqrt{s(s-a)(s-b)(s-c)}$$

Demostración

Existen numerosas demostraciones de esta fórmula; una de ellas es perfectamente comprensible en este nivel, aunque la vamos a omitir ahora por considerar que no aporta nada especialmente interesante en este momento.

Ejemplo

Enunciado. Calcula el área de un triángulo cuyos lados miden 47 m, 52 m y 59 m. Da el resultado en metros cuadrados con seis cifras significativas.

Resolución. Empezamos por calcular el semiperímetro:

$$s = (a+b+c):2 = (47+52+59):2 = 79$$

Aplicamos la fórmula de Herón:

$$\begin{aligned} \text{Área} &= \sqrt{s(s-a)(s-b)(s-c)} = \sqrt{79(79-47)(79-52)(79-59)} = \\ &= \sqrt{79 \cdot 32 \cdot 27 \cdot 20} = 1168,38 \end{aligned}$$

Calculadora: $\sqrt{(79 \times 32 \times 27 \times 20)} = \Rightarrow 1168,383499$

Solución: 1168,38 m²

Nota: si las operaciones fueran más complicadas, podríamos ayudarnos de alguna memoria de la calculadora para almacenar el valor del semiperímetro.

Comprobación

Enunciado. Comprueba que se puede calcular el área del triángulo rectángulo cuyos catetos miden 37 m y 48 m tanto con la fórmula habitual como con la fórmula de Herón.

Nota: evidentemente, es mucho más sencillo en este caso utilizar la fórmula habitual que aplicar la fórmula de Herón, pero está bien poner a prueba los nuevos conocimientos (si no se obtiene el mismo resultado, hay que pensar por qué, y eso puede llevar a una mejor comprensión de los procedimientos).

Resolución 1. Área = $37 \cdot 48 : 2 = 37 \cdot 24 = 888$. Solución: 888 m²

Resolución 2. Cálculo de la hipotenusa: $a = \sqrt{37^2 + 48^2} = 60,61$

Calculadora: $\sqrt{(37 \times^2 + 48 \times^2)} \text{ STO A } = \Rightarrow 606052803$

Semiperímetro = $(a+b+c):2 = (60,61+37+48):2 = 72,80$

Calculadora: $(\text{Ans} + 37 + 48) \div 2 = \Rightarrow 7280264015$

Área = $\sqrt{72,80(72,80-60,61)(72,80-37)(72,80-48)} = 888$

$\sqrt{(\text{Ans} \times (\text{Ans} - \text{RCL A}) \times (\text{Ans} - 37) (\text{Ans} - 48))} = \Rightarrow 888$

Solución: 888 m²