

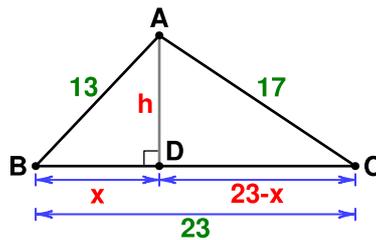
### Cálculo de la longitud de una altura conocidos los lados de un triángulo

Si se conocen las longitudes de los tres lados de un triángulo, es posible calcular la longitud de cualquiera de las alturas. El método consiste en plantear un sistema de dos ecuaciones con dos incógnitas y averiguar el valor de una de ellas.

#### Ejemplo

**Enunciado.** Calcula la longitud de la altura correspondiente al lado mayor de un triángulo cuyos lados miden 13 m, 17 m y 23 m. Da el resultado en metros con cuatro cifras significativas.

**Resolución.** En general, es conveniente hacer un dibujo aproximado del triángulo; ahora es imprescindible para entender el método:



Ponemos nombres a los vértices del triángulo: A, B y C.

Como el lado mayor mide 23 m, trazamos su altura, que es la que pide el enunciado, y la llamamos «h».

Llamamos D al punto proyección del vértice A sobre el lado BC.

La altura divide el triángulo ABC en dos triángulos rectángulos: el ADB y el ADC.

Llamamos «x» a la distancia desde el punto D hasta el vértice B. Por tanto, la distancia entre el punto D y el vértice C será «23-x».

Aplicamos el teorema de Pitágoras en el triángulo ADB:  $h^2 = 13^2 - x^2$ .

Aplicamos el teorema de Pitágoras en el triángulo ADC:  $h^2 = 17^2 - (23-x)^2$ .

Planteamos el sistema de ecuaciones 
$$\begin{cases} h^2 = 13^2 - x^2 \\ h^2 = 17^2 - (23-x)^2 \end{cases}$$

Aunque no es un sistema lineal (los únicos que hemos visto hasta ahora en el curso), sí que podemos aplicar uno de los métodos de resolución que hemos estudiado. (Piensa: ¿cuál?). Usamos la idea del método de igualación, pero aplicada a  $h^2$ :

$$13^2 - x^2 = 17^2 - (23-x)^2 \Rightarrow 169 - x^2 = 289 - (529 - 46x + x^2) \Rightarrow$$

$$\Rightarrow 169 - x^2 = 289 - 529 + 46x - x^2 \Rightarrow 169 - 289 + 529 = 46x \Rightarrow 46x = 409 \Rightarrow x = \frac{409}{46}$$

Aunque «x» es una de las incógnitas del sistema de ecuaciones, realmente no es necesario calcular su valor concreto, puesto que nuestra tarea no es resolver el sistema de ecuaciones (solo es una ayuda), sino calcular la altura.

Volvemos al sistema de ecuaciones para calcular la «h» usando la ecuación más sencilla:

$$h^2 = 13^2 - x^2 = 169 - \left(\frac{409}{46}\right)^2 \Rightarrow h = \sqrt{169 - \left(\frac{409}{46}\right)^2} = 9,484$$

Calculadora:  $\sqrt{\left(169 - \left(\frac{409}{46}\right)^2\right)} = 9,483918335$

Solución: 9,484 m