

## Varios métodos para resolver problemas

Sabemos que en muchas ocasiones existe más de un método para resolver problemas. Estudiamos un ejemplo que ilustra este hecho con mucha claridad, aunque luego veremos que realmente hay una profunda relación entre los dos métodos.

### Torneos deportivos

En muchos torneos deportivos se utiliza el método de eliminación directa: el equipo, jugador o jugadora que pierde el encuentro queda eliminado. Para poder aplicar el método es necesario que el número de participantes sea una potencia de dos. Por ejemplo, en los cuadros individuales sénior de los Grand Slam de tenis participan 128 personas ( $128 = 2^7$ ).

### Enunciado

Calcula cuántos partidos se celebran en un cuadro individual de un Grand Slam de tenis, sabiendo que participan 128 personas y se juega por eliminación directa.

### Resolución usando progresiones

El número de partidos en cada ronda, contados desde la final hacia atrás, forman una progresión geométrica de razón 2 porque en cada ronda se juega el doble de partidos que en la siguiente.

El primer término de la progresión es el partido de la final:  $1 = 2^0$ .

El último término que hay que sumar es el número de partidos de la primera ronda, que es el número inicial de jugadores dividido entre dos:  $128 : 2 = 64 = 2^6$ .

Por tanto, el número total de partidos es  $2^0 + 2^1 + 2^2 + 2^3 + 2^4 + 2^5 + 2^6$ ; es decir, la suma de los primeros siete términos de la progresión geométrica «a» de primer término  $a_1 = 1$  y razón  $R = 2$ .

$$S_7 = \frac{a_1 \cdot (R^7 - 1)}{R - 1} = \frac{1 \cdot (2^7 - 1)}{2 - 1} = \frac{2^7 - 1}{1} = 2^7 - 1 = 127$$

Solución: 127

### Resolución usando otro método

Podemos calcular el número de partidos disputados calculando el número de participantes que pierden un partido, porque en cada partido siempre hay exactamente un perdedor y ninguna persona pierde más de un partido, porque queda eliminada.

Participan 128 personas y solo gana el torneo una, luego pierden un partido todas las demás:  $128 - 1 = 127$ .

Solución: 127

### Explicación teórica

Puede parecer sorprendente que dos métodos tan diferentes sean correctos, pero hay que fijarse en que el razonamiento del primer método nos ha demostrado que

$$2^0 + 2^1 + 2^2 + 2^3 + 2^4 + 2^5 + 2^6 = 2^7 - 1$$

Esta expresión, obtenida usando la suma de los primeros términos de una progresión geométrica, nos relaciona perfectamente los dos métodos de resolución.

### Problema

Calcula cuántos partidos se celebran en una competición, sabiendo que participan 1024 equipos y se juega por eliminación directa. Solución: 1023.