

Uso de progresiones para resolver problemas

Cuando en el enunciado de un problema se reconoce que aparece una progresión, el método de resolución se puede simplificar mucho si se aplica el conocimiento que tenemos de las progresiones. Algunos consejos:

- * Estudia si en el enunciado aparecen cantidades que formen una progresión; incluso aunque no sean infinitas, se podrán aplicar muchas de las expresiones.
- * Averigua si la progresión es aritmética o geométrica. Para ello, estudia si los números se obtienen sumando o multiplicando una cantidad fija; recuerda que las diferencias y los cocientes hay que expresarlos como sumas y productos, respectivamente.
- * Expresa las cantidades que aparezcan en el enunciado como elementos de la progresión: nos pueden estar dando los valores de algún término, la diferencia, el número de términos, etc.
- * Expresa la cantidad que te soliciten que calcules como algún elemento de la progresión: podrías necesitar calcular un término de la progresión, alguna suma de términos, etc.

Enunciado

Calcula la suma de todos los múltiplos positivos de 17 que tienen cuatro cifras.

Resolución

Los múltiplos de 17 forman una progresión aritmética de diferencia 17.

Llamamos «a» a la progresión aritmética formada por todos los múltiplos de 17, comenzando por el primero que tiene cuatro cifras.

En el enunciado se pide la suma de los primeros términos de la progresión; la expresión que vamos a aplicar es $S_n = (a_1 + a_n) \cdot \frac{n}{2}$. Por tanto, para poder aplicarla debemos averiguar a_1 , a_n y n .

El primer número de cuatro cifras es el 1000, pero no es múltiplo de 17; con la ayuda de la calculadora, vamos avanzando de uno en uno hasta encontrar el primer número de cuatro cifras que es múltiplo de 17: es el 1003.

El último número de cuatro cifras es el 9999, pero no es múltiplo de 17; con la ayuda de la calculadora, vamos retrocediendo de uno en uno hasta encontrar el último número de cuatro cifras que es múltiplo de 17: es el 9996.

Ya sabemos que $a_1 = 1003$ y $a_n = 9996$; con esos datos, calculamos n :

$$a_n = a_1 + (n-1)d \Rightarrow 9996 = 1003 + (n-1) \cdot 17 \Rightarrow n = \frac{9996 - 1003}{17} + 1 = 530.$$

Ya podemos aplicar la expresión de la suma:

$$S_n = (a_1 + a_n) \cdot \frac{n}{2} = (1003 + 9996) \cdot \frac{530}{2} = 2\,914\,735.$$

Solución: 2 914 735