

Expresión de la suma de los primeros términos de una progresión aritmética

Si «a» es una progresión aritmética y «n» es un número natural, llamamos S_n a la suma de los «n» primeros términos; es decir: $S_n = a_1 + a_2 + \dots + a_n$. Se verifica:

$$S_n = (a_1 + a_n) \cdot \frac{n}{2}$$

Demostración

Sumamos los términos por parejas: « $a_1 + a_n$ », « $a_2 + a_{n-1}$ », etcétera; si el número de elementos es impar, sumamos el elemento central consigo mismo. Como todas las sumas son iguales, por ser una propiedad de las progresiones aritméticas, y hay $\frac{n}{2}$ parejas, la suma se calcula haciendo el producto de una de las parejas (elegimos la primera) por el número de parejas.

Enunciados

- ① Calcula la suma de los primeros 25 términos de la progresión aritmética de primer término $b_1 = 82$ y diferencia 17.
- ② Calcula la suma de los primeros 34 términos de la progresión aritmética de primer término $c_1 = 173$ y diferencia -9 .
- ③ Calcula la suma de los primeros 73 términos de la progresión aritmética «e» sabiendo que $e_1 = 1,74$ y $e_2 = 2,03$.

Resoluciones

- ① Calculamos el término 25: $b_{25} = b_1 + (25-1) \cdot d = 82 + 24 \cdot 17 = 490$.
Calculadora: **8 2 + 2 4 × 1 7 =**
Calculamos la suma: $S_{25} = (b_1 + b_{25}) \cdot \frac{25}{2} = (82 + 490) \cdot \frac{25}{2} = 7150$.
Calculadora: **(8 2 + Ans) × 2 5 ÷ 2 =**
Solución: 7150.
- ② Calculamos el término 34: $c_{34} = c_1 + (34-1) \cdot d = 173 + 33 \cdot (-9) = -124$.
Calculamos la suma: $S_{34} = (c_1 + c_{34}) \cdot \frac{34}{2} = (173 - 124) \cdot 17 = 833$.
Solución: 833.
- ③ Calculamos la diferencia: $d = c_2 - c_1 = 2,03 - 1,74 = 0,29$
Calculamos el término 73: $c_{73} = c_1 + (73-1) \cdot d = 1,74 + 72 \cdot 0,29 = 22,62$.
Calculamos la suma: $S_{73} = (c_1 + c_{73}) \cdot \frac{73}{2} = (1,74 + 22,62) \cdot \frac{73}{2} = 889,14$.
Solución: 889,14.