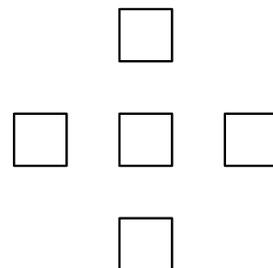


Enunciados

- ① En un lejano planeta existe una raza inteligente que se caracteriza por construir sus ciudades de una manera especial. Comienzan levantando un edificio central y el resto los añaden por etapas; en la primera etapa construyen un edificio al norte del inicial, otro al sur, otro al este y otro al oeste, todos ellos a la misma distancia que el tamaño del edificio (ver figura). En cada etapa se procede de la misma manera con todos los edificios existentes: se construyen a su alrededor los cuatro edificios correspondientes, salvo aquellos que ya estén contruidos de alguna etapa anterior.



- a) ¿Cuántos edificios se construyen en la quincuagésima etapa?
 b) ¿Cuántos edificios habría en total en la ciudad si se parara la construcción al terminar la trigésima etapa?



- ② Escribimos las potencias de 2 de exponente natural formando grupos cada vez más largos: 2^1 , $2^2, 2^3, 2^4$, $2^5, 2^6, 2^7, 2^8, 2^9$, ... Calcula la suma de todos los números del décimo grupo; da el resultado con cuatro cifras significativas.

- ③ El copo de nieve de Koch es una curva cerrada descrita en 1904 por el matemático sueco Helge von Koch (1870-1924). El método para crearla comienza así: «se parte de un triángulo equilátero; se construye sobre cada lado un triángulo equilátero de longitud un tercio del lado original orientado hacia fuera y se elimina el segmento común al triángulo original y el nuevo; a continuación, se repite el proceso en cada lado de la nueva figura, y así sucesivamente». Para entender el proceso, vemos las cuatro primeras figuras:

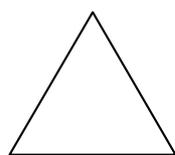


Figura 1

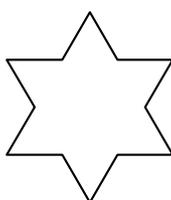


Figura 2

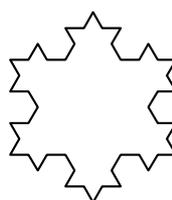


Figura 3

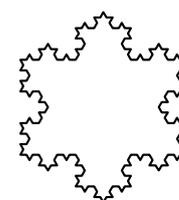


Figura 4

- a) Calcula cuántos lados tiene la duodécima figura.
 b) Si cada lado del triángulo original mide 1 metro, calcula la longitud de cada lado de la novena figura; da el resultado en milímetros con cuatro cifras significativas.
 c) Si cada lado del triángulo original mide 1 metro, calcula la longitud del perímetro de la figura 42; da el resultado en kilómetros redondeando a la unidad.
 d) Si la superficie del triángulo original mide 1 metro cuadrado, calcula cuánto aumenta la superficie de la cuarta figura respecto a la tercera; da el resultado en metros cuadrados con cuatro cifras significativas.
 e) Si la superficie del triángulo original mide 1 metro cuadrado, calcula la superficie de la figura obtenida continuando el proceso indefinidamente.

Soluciones

① (a) 200 (b) 1861

② $1,268 \cdot 10^{30}$

③ (a) 12 582 912 (b) 0,1524 mm (c) 398 km (d) 0,02926 m² (e) 1,6 m²

Procedencia

El problema (1) se propuso en la Olimpiada Matemática Nacional de 2015 de la FESPM con el número 4. El enunciado ha sido modificado para adaptarlo a este curso.