

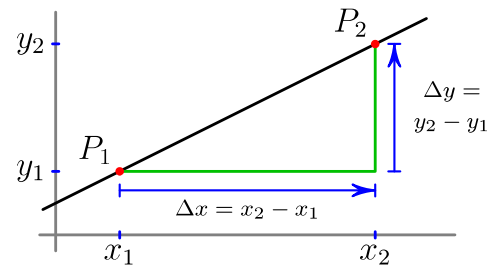
Obtención de la expresión analítica de una función lineal a partir de dos parejas de valores

Cuando se conocen dos parejas de valores de sus dos variables, es posible obtener la expresión analítica de la función con varios métodos distintos. Como todos llevan al mismo resultado, será decisión tuya qué método usar.

Fórmula para calcular la pendiente

Supongamos que conocemos dos parejas de valores correspondientes a la función lineal $y = mx + q$. Llamamos a las parejas de valores $P_1 = (x_1, y_1)$ y $P_2 = (x_2, y_2)$, ya que corresponden con dos puntos de la representación gráfica de la función, como vemos en la ilustración de la derecha. Entonces:

$$m = \frac{\Delta y}{\Delta x} = \frac{y_2 - y_1}{x_2 - x_1}$$



Demostración

Como $P_1 = (x_1, y_1)$, $y_1 = mx_1 + q$; como $P_2 = (x_2, y_2)$, $y_2 = mx_2 + q$.

Restamos la segunda igualdad menos la primera y obtenemos:

$$y_2 - y_1 = mx_2 + q - (mx_1 + q) = mx_2 + q - mx_1 - q = mx_2 - mx_1 = m(x_2 - x_1)$$

Por último, despejamos: $m = \frac{y_2 - y_1}{x_2 - x_1}$

Ejemplo

Enunciado: averigua la expresión analítica de una función lineal sabiendo que los puntos $(-2, -7)$ y $(3, 8)$ pertenecen a la gráfica de la función.

Resolución: primero calculamos la pendiente usando la fórmula y luego calculamos la ordenada en el origen usando uno cualquiera de los puntos.

$$m = \frac{y_2 - y_1}{x_2 - x_1} = \frac{8 - (-7)}{3 - (-2)} = \frac{15}{5} = 3$$

Punto $(-2, -7) \rightarrow -7 = 3 \cdot (-2) + q \Rightarrow q = -1$

(Si hubiéramos usado el punto $(3, 8)$, también hubiéramos obtenido $q = -1$).

Solución: $y = 3x - 1$

Comentario

Si los números que se manejan en algún caso no son enteros, podemos utilizar en las operaciones o bien fracciones (normalmente irreducibles) o bien números decimales, lo que nos venga mejor.

Relación de este problema con la geometría

En el nivel 4 volveremos a resolver este problema, pero en un contexto geométrico. Ya que la representación gráfica de una función lineal es una línea recta, hay una fuerte relación entre la expresión analítica de una función lineal y el manejo de las rectas en geometría.

En el nivel 4 veremos enunciado este problema como «encuentra la ecuación de una recta conocidos dos puntos por los que pasa», pero las resoluciones que veremos son equivalentes a las que estudiamos en este nivel 3.