

Enunciado

Averigua un número capicúa de tres cifras sabiendo que las tres cifras suman 13 y que si al número se le suma 364, se obtiene otro número capicúa de tres cifras, pero intercambiadas respecto al número original.

Comentarios

- * Si un número tiene tres cifras y llamamos «c» a la cifra de las centenas, «d» a la cifra de las decenas y «u» a la cifra de las unidades, el número es igual a « $100c + 10d + u$ ». Ejemplo: $482 = 100 \cdot 4 + 10 \cdot 8 + 2$.
- * Del enunciado entendemos que en el número pedido la cifra de las centenas es la misma que la de las unidades, porque el número es capicúa.
- * Del enunciado entendemos que al sumar 364 al número original, la cifra de las centenas (que también es la de las unidades) se convierte en la de las decenas y la de las decenas se convierte en la de las centenas y en la de las unidades.

Resolución

Llamamos «x» a la cifra de las centenas, que es la misma que la de las unidades.

Llamamos «y» a la cifra de las decenas.

Como la suma de las tres cifras es 13, $2x + y = 13$; será una de nuestras ecuaciones.

Como al sumar al número 364 se invierten los papeles de las cifras,

$100x + 10y + x + 364 = 100y + 10x + y$, será otra de nuestras ecuaciones.

Como la primera ecuación ya está simplificada, procedemos a simplificar al máximo la segunda:

$$100x + 10y + x + 364 = 100y + 10x + y \Rightarrow 100x + x - 10x + 10y - 100y - y = -364 \Rightarrow 91x - 91y = -364 \Rightarrow x - y = -4.$$

Planteamos y resolvemos el sistema:

$$\begin{cases} 2x + y = 13 \\ x - y = -4 \end{cases} \quad \begin{cases} 3x = 9 \Rightarrow x = 3; \\ x - y = -4 \Rightarrow 3 - y = -4 \Rightarrow y = 7. \end{cases} \quad \text{Solución del sistema: } \begin{cases} x = 3 \\ y = 7 \end{cases}$$

Solución: 373

¿Usar una ecuación o un sistema?

Algunos enunciados piden explícitamente usar una ecuación para resolver un problema; otros piden usar un sistema de ecuaciones. Si el enunciado lo solicita, hay que respetar la exigencia. Pero algunos enunciados no indican si hay que usar una ecuación o un sistema; en ese caso, será tarea tuya decidir qué usar, caso de que sea posible usar ambas técnicas.

Ejemplo: el problema «averigua dos números que sumen 12 de modo que el triple del mayor sea 21 unidades mayor que el doble del menor» se puede resolver tanto con una ecuación como con un sistema.

Resolución con una **ecuación**: llamamos «x» al número mayor; el menor será $12 - x$.
 $3x = 2(12 - x) + 21 \Rightarrow \dots \Rightarrow x = 9 \Rightarrow 12 - x = 12 - 9 = 3$. Solución: 9 y 3.

Resolución con un **sistema**: llamamos «x» al número mayor e «y» al número menor.

$$\begin{cases} x + y = 12 \\ 3x = 2y + 21 \end{cases} \Rightarrow \dots \Rightarrow \begin{cases} x = 9 \\ y = 3 \end{cases} . \text{ Solución: 9 y 3.}$$