

Aplicaciones del teorema del resto

El teorema del resto conecta dos números que se obtienen de manera muy diferente: el resto de una división de polinomios y el valor numérico de un polinomio en un número. Ahora que sabemos que el resultado es el mismo, podemos elegir qué método usar para calcular cualquiera de los dos.

Según las herramientas disponibles (papel, calculadora, programación de ordenador) usaremos el método que nos parezca más sencillo o rápido.

Ejemplo 1**Enunciado**

Calcula el resto de la división de $P(x) = x^{100} + x + 1$ entre $Q(x) = x - 1$.

Reflexión inicial

Podemos resolver el problema haciendo la división de polinomios mediante la regla de Ruffini, pero como el grado del polinomio $P(x)$ es bastante alto, el método será muy largo. El enunciado solo pide el valor del resto de la división, pero no pide el cociente, así que podemos calcular el valor numérico $P(1)$, que sabemos por el teorema del resto que será igual al resto de la división.

Resolución

$P(1) = 1^{100} + 1 + 1 = 3$. Solución: 3.

Reflexión final

La operación ha sido tan sencilla que perfectamente la podíamos haber hecho mentalmente. Esto demuestra la gran cantidad de tiempo que hemos ahorrado.

Ejemplo 2**Enunciado**

Calcula sin calculadora el valor numérico de $P(x) = 3x^5 - 2x^3 + 4x^2 - x + 1$ para $a = -2$.

Reflexión inicial

Aunque no es difícil hacer estas operaciones, hay que calcular varias potencias, productos y sumas. Sabemos que para aplicar la regla de Ruffini no es necesario calcular potencias, así que podemos calcular el resto de la división de $P(x)$ entre $x + 2$, que sabemos por el teorema del resto que será igual al valor numérico.

Resolución

Dividimos $P(x)$ entre $x + 2$

$$\begin{array}{r|rrrrrr}
 -2 & 3 & -2 & & 4 & -1 & 1 \\
 & & -6 & 1 & 6 & -4 & 0 \\
 \hline
 & 3 & -8 & 2 & 0 & -4 & 1 \\
 & & & & & 8 & 3 \\
 \hline
 & & & & & & 8 & 3
 \end{array}$$

Solución: 83

Reflexión final

En muchos programas de ordenador se usan técnicas de este estilo para realizar algunos cálculos. Se evita usar las operaciones que requieren más tiempo de cálculo y se sustituyen por otras de ejecución más rápida. Pero para poder aplicar esas técnicas es imprescindible conocer antes las propiedades matemáticas adecuadas. La tecnología depende fundamentalmente de la ciencia.