Observaciones sobre la factorización de un polinomio de grado dos

El método para factorizar polinomios de grado dos es excelente y muy claro. Sin embargo, cuando se aplica en la práctica pueden aparecer algunas pequeñas dudas. Examinamos algunos casos para responder a esas dudas.

Enunciados

Factoriza los siguientes polinomios:

① x^2+x-6 ② $21x^2-5x-6$ ③ $16x^2+40x+25$

Resoluciones

① Averiguamos las raíces del polinomio:

$$x^2+x-6 = 0 \Rightarrow x = \frac{-1\pm\sqrt{1^2-4\cdot 1\cdot(-6)}}{2\cdot 1} = \frac{-1\pm\sqrt{1+24}}{2} = \frac{-1\pm 5}{2} = \begin{cases} 2 \\ -3 \end{cases}$$

Solución: $x^2+x-6 = (x-2)(x+3)$

Observaciones

- Es indiferente el orden en que escribamos los dos factores; es igual de correcto escribir $(x-2)(x+3)$ que escribir $(x+3)(x-2)$.
- En este polinomio el coeficiente del monomio de grado 2 (el que estamos designando como «a») es igual a 1 y por lo tanto no aparece en la solución final; es decir, no damos la solución como «$1(x-2)(x+3)$». Pero es muy importante recordar que ese coeficiente hay que escribirlo en cualquier otro caso (es un error común omitirlo).

② Averiguamos las raíces del polinomio:

$$21x^2-5x-6 = 0 \Rightarrow x = \frac{-(-5)\pm\sqrt{(-5)^2-4\cdot 21\cdot(-6)}}{2\cdot 21} = \frac{5\pm\sqrt{25+504}}{42} = \frac{5\pm 23}{42} = \ldots = \begin{cases} \frac{2}{3} \\ -\frac{3}{7} \end{cases}$$

Solución: $21x^2-5x-6 = 21\left(x-\frac{2}{3}\right)\left(x+\frac{3}{7}\right)$

Observación

Hay muchos casos similares a este, así que conviene detenerse en ver que la solución se puede escribir sin fracciones, aprovechando que $21=3\cdot 7$.

$$21\left(x-\frac{2}{3}\right)\left(x+\frac{3}{7}\right) = 3\cdot\left(x-\frac{2}{3}\right)\cdot 7\cdot\left(x+\frac{3}{7}\right) = (3x-2)(7x+3)$$

③ Averiguamos las raíces: $16x^2+40x+25 = 0 \Rightarrow x = \frac{-40\pm\sqrt{40^2-4\cdot 16\cdot 25}}{2\cdot 16} = \ldots = -\frac{5}{4}$

Solución: $16x^2+40x+25 = 16\left(x+\frac{5}{4}\right)^2$

Observaciones

- La solución se puede escribir sin fracciones, aprovechando que $16=4^2$:

$$16\left(x+\frac{5}{4}\right)^2 = \left(4\cdot\left(x+\frac{5}{4}\right)\right)^2 = (4x+5)^2$$

- Se podía haber llegado igualmente a la solución usando un producto notable.

