Productos notables

En el nivel 2 vimos y trabajamos los tres productos notables:

✱ Cuadrado de una suma: $(a+b)^2 = a^2 + 2ab + b^2$

✱ Cuadrado de una diferencia: $(a-b)^2 = a^2 - 2ab + b^2$

✱ Suma por diferencia: $(a+b)(a-b) = a^2 - b^2$

Ahora los vamos a utilizar para convertir una suma en un producto (o una potencia), es decir, nos interesa ver todas las expresiones de derecha a izquierda.

Factorización de un polinomio usando productos notables

Cada vez que veamos una expresión similar a las que vamos a presentar a la izquierda, tendremos que comprobar si todo encaja perfectamente y, en ese caso, escribiremos la expresión de la derecha:

✱ Tres sumandos positivos: $a^2 + 2ab + b^2 = (a+b)^2$

✱ Dos sumandos positivos y uno negativos: $a^2 - 2ab + b^2 = (a+b)^2$

✱ Dos sumandos de distinto signo: $a^2 - b^2 = (a+b)(a-b)$

Hay que tener en cuenta que no siempre encajará todo; este método solo se puede aplicar en algunas ocasiones.

Consejos para aplicar el método

✱ Busca dos monomios que puedas expresar como un cuadrado perfecto.
  - ■ Ejemplos: x^2, $x^4 = (x^2)^2$, $9 = 3^2$, $16x^8 = (4x^4)^2$, $25x^6 = (5x^3)^2$, $36x^{10} = (6x^5)^2$

✱ Si no hay dos monomios que se puedan expresar como un cuadrado perfecto, no se puede aplicar este método.

✱ En la expresión solo puede haber dos o tres monomios, ni más ni menos.

✱ Fíjate bien en los signos de los monomios.

✱ Si hay tres monomios y ya has encontrado dos que se pueden expresar como un cuadrado perfecto, debes comprobar que el tercer sumando corresponde al doble del producto de las bases de los cuadrados.

Ejemplos en los que no se puede aplicar el método

① x^3-4. Aunque $4=2^2$ y se parece al esquema «a^2-b^2», no se puede escribir x^3 como un cuadrado usando exponentes naturales.

② x^4+9. Aunque x^4 y 9 sí son cuadrados exactos, los dos llevan signo positivo.

③ x^2+5x+9. Aunque x^2 es el cuadrado de x y 9 es el cuadrado de 3, el doble producto de x y 3 es 6x, pero en la expresión aparece 5x.

Ejemplos en los que sí se puede aplicar el método

④ $4x^2-25$. Hay dos cuadrados: $4x^2=(2x)^2$ y $25=5^2$. Los signos encajan.

Solución: $4x^2-25 = (2x+5)(2x-5)$

⑤ $9x^4+24x^2+16$. Hay dos cuadrados: $9x^4=(3x^2)^2$ y $16=4^2$. El doble producto de $3x^2$ y 4 es $24x^2$, que es exactamente el tercer monomio.

Solución: $9x^4+24x^2+16 = (3x^2+4)$

⑥ $16x^4-24x^2+9$. Parecido al (5), pero cambia el signo: $16x^4-24x^2+9 = (4x^2-3)^2$

