

Cociente de polinomios

- * En la división de polinomios no existe la división con decimales, solo existe el equivalente de la división entera.
- * Consideramos el problema de dividir un polinomio, el dividendo, entre otro polinomio, el divisor. El objetivo es obtener dos polinomios: el cociente y el resto.

Método para dividir polinomios

- * El método para la división de polinomios es muy similar al método para dividir números naturales y se basa en el mismo principio.
- * Hay que ir repitiendo estos pasos hasta que ya no se pueda seguir:
 1. Se divide el monomio de mayor grado del dividendo entre el monomio de mayor grado del divisor y así se obtiene un monomio del cociente.
 2. Se resta al dividendo el producto del monomio obtenido en el paso anterior por el divisor y así se obtiene un nuevo dividendo.
 3. Se para el proceso cuando el grado del nuevo dividendo es menor que el grado del divisor.

Ejemplo

Enunciado: divide el polinomio $6x^4+x^3-6x^2+2x-2$ entre el polinomio $2x^2+x-3$.

Resolución

Las tres divisiones de monomios son $\rightarrow 6x^4 : 2x^2 = 3x^2$; $-2x^3 : 2x^2 = -x$; $4x^2 : 2x^2 = 2$

$$\begin{array}{r}
 \begin{array}{r}
 6x^4 \quad + x^3 \quad - 6x^2 \quad + 2x \quad - 2 \\
 - 6x^4 \quad - 3x^3 \quad + 9x^2 \\
 \hline
 / \quad - 2x^3 \quad + 3x^2 \quad + 2x \\
 \quad \quad 2x^3 \quad + x^2 \quad - 3x \\
 \quad \quad \quad \quad / \quad 4x^2 \quad - x \quad - 2 \\
 \quad \quad \quad \quad \quad - 4x^2 \quad - 2x \quad + 6 \\
 \quad \quad \quad \quad \quad \quad \quad / \quad - 3x \quad + 4
 \end{array}
 \quad \Bigg| \frac{2x^2 + x - 3}{3x^2 - x + 2}
 \end{array}$$

Solución \rightarrow Cociente: $3x^2-x+2$; resto: $-3x+4$

Propiedades de los grados en el cociente de polinomios

- * El grado del cociente es igual al grado del dividendo menos el grado del divisor.
- * El grado del resto es menor que el grado del cociente.

Expresión del resultado del cociente

Igual que ocurre con las fracciones ordinarias, realizar el cociente de los polinomios permite escribir dos igualdades que relacionan el dividendo, el divisor, el cociente y el resto. Si llamamos $P(x)$ al dividendo, $Q(x)$ al divisor, $C(x)$ al cociente y $R(x)$ al resto, se verifica:

$P(x) = Q(x) \cdot C(x) + R(x)$	$\frac{P(x)}{Q(x)} = C(x) + \frac{R(x)}{Q(x)}$
---------------------------------	--

Las dos igualdades son importantes y cada una se usa cuando es necesaria.

División exacta

Cuando al dividir se obtiene como resto el polinomio «0», decimos que la división es exacta y las igualdades anteriores se escriben sin el polinomio $R(x)$:

$P(x) = Q(x) \cdot C(x)$	$\frac{P(x)}{Q(x)} = C(x)$
--------------------------	----------------------------