

Resolución general de ecuaciones de segundo grado

Método general para resolver ecuaciones de segundo grado con una incógnita:

1. Se eliminan todos los paréntesis y todas las fracciones que aparezcan. En los casos más complicados puede ser necesario aplicar este paso varias veces. El orden no suele ser importante.
2. Se organizan los monomios de modo que en un miembro queden todos ellos y en el otro el número 0. Es conveniente en este paso escribir seguidos todos los monomios semejantes y por orden de grado.
3. Se suman todos los monomios semejantes entre sí.
4. Si es posible, se aconseja simplificar la expresión resultante.
5. Se resuelve por el método apropiado la ecuación simplificada obtenida.

Dependiendo de la facilidad de la ecuación y de tu habilidad, podrás saltarte pasos o encontrar tus propios atajos, no hay por qué seguir al pie de la letra el método.

Enunciados

Resuelve las siguientes ecuaciones. Escribe con cinco cifras significativas las soluciones que no sean números enteros.

$$\textcircled{1} \quad \frac{(x-3)^2}{2} + \frac{(x+5)^2}{3} = 2x+27 \quad \textcircled{2} \quad 5(2x+7)^2 = 4(2+35x) \quad \textcircled{3} \quad (4x+2)^2 = (3x+2)^2$$

Resoluciones

$$\begin{aligned} \textcircled{1} \quad \frac{(x-3)^2}{2} + \frac{(x+5)^2}{3} &= 2x+27 \xrightarrow{\text{Paso 1}} 3(x^2-6x+9) + 2(x^2+10x+25) = 6(2x+27) \Rightarrow \\ &\Rightarrow 3x^2-18x+27+2x^2+20x+50 = 12x+162 \xrightarrow{\text{Paso 2}} \\ &\Rightarrow 3x^2+2x^2-18x+20x-12x+27+50-162=0 \xrightarrow{\text{Paso 3}} 5x^2-10x-85=0 \xrightarrow{\text{Paso 4}} x^2-2x-17=0 \xrightarrow{\text{Paso 5}} \\ &\Rightarrow x = \frac{-(-2) \pm \sqrt{(-2)^2 - 4 \cdot 1 \cdot (-17)}}{2 \cdot 1} = \frac{2 \pm \sqrt{4+68}}{2} = \frac{2 \pm \sqrt{72}}{2} = \begin{cases} 5,242640687 \\ -3,242640678 \end{cases} \end{aligned}$$

$$\text{Solución: } x = \begin{cases} 5,2426 \\ -3,2426 \end{cases}$$

$$\begin{aligned} \textcircled{2} \quad 5(2x+7)^2 &= 4(2+35x) \xrightarrow{\text{Paso 1}} 5(4x^2+28x+49) = 8+140x \xrightarrow{\text{Paso 1}} 20x^2+140x+245 = 8+140x \Rightarrow \\ &\Rightarrow 20x^2+140x-140x+245-8=0 \xrightarrow{\text{Paso 3}} 20x^2+237=0 \xrightarrow{\text{Paso 5}} x = \pm \sqrt{\frac{-237}{20}} \rightarrow \text{sin solución} \end{aligned}$$

Solución: la ecuación no tiene solución.

$$\begin{aligned} \textcircled{3} \quad (4x+2)^2 &= (3x+2)^2 \xrightarrow{\text{Paso 1}} 16x^2+16x+4 = 9x^2+12x+4 \xrightarrow{\text{Paso 2}} 16x^2-9x^2+16x-12x+4-4=0 \Rightarrow \\ &\Rightarrow 7x^2+4x=0 \xrightarrow{\text{Paso 5}} x(7x+4)=0 \Rightarrow \begin{cases} x=0 \\ 7x+4=0 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} x=0 \\ x=-\frac{4}{7} \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} x=0 \\ x=-0,571428571 \end{cases} \end{aligned}$$

$$\text{Solución: } x = \begin{cases} 0 \\ -0,57143 \end{cases}$$