Escritura de un número entero como suma con potencias de 10

Ya vimos en el nivel 1 cómo se podía hacer, hasta cierto punto.

Ejemplo 1: $3852 = 3\cdot1000 + 8\cdot100 + 5\cdot10 + 2 = 3\cdot10^3 + 8\cdot10^2 + 5\cdot10 + 2$

Realmente, hay un poco de trampa, porque falta la potencia de 10 en las unidades. Ahora sabemos que $10^0 = 1$, luego podemos escribir ya todo con potencias de 10.

Ejemplo 2: $3852 = 3\cdot10^3 + 8\cdot10^2 + 5\cdot10 + 2\cdot1 = 3\cdot10^3 + 8\cdot10^2 + 5\cdot10^1 + 2\cdot10^0$

Escritura de un número decimal exacto como suma con potencias de 10

Usando que $10^{-1} = 1{:}10 = 0{,}1$; $10^{-2} = 1{:}100 = 0{,}01$; $10^{-3} = 1{:}1000 = 0{,}001$; etcétera, podemos escribir cualquier número decimal exacto como una suma con potencias de 10.

Ejemplo 3: $4{,}769 = 4\cdot1 + 7\cdot0{,}1 + 6\cdot0{,}01 + 9\cdot0{,}001 = 4\cdot10^0 + 7\cdot10^{-1} + 6\cdot10^{-2} + 9\cdot 10^{-3}$

Ejemplo 4: $0{,}0072 = 7\cdot0{,}001 + 2\cdot0{,}0001 = 7\cdot10^{-3} + 2\cdot10^{-4}$

Ejemplo 5: $723{,}856 = 7\cdot10^2 + 2\cdot10^1 + 3\cdot10^0 + 8\cdot10^{-1} + 5\cdot10^{-2} + 6\cdot10^{-3}$

Escritura de un número decimal periódico como suma con potencias de 10

Un número decimal periódico tiene infinitas cifras decimales; ¿quiere esto decir que la suma también tendrá infinitos sumandos? ¡Esto se pone interesante! ¿Puede una suma tener infinitos sumandos?

Empezamos con un caso sencillo: un número decimal periódico puro que tenga un periodo de una sola cifra; como la parte entera ya la sabemos manejar, podemos poner un 0.

Ejemplo 6: $0{,}\overline{3} = 0{,}3 + 0{,}03 + 0{,}003 + 0{,}0003 + 0{,}00003 + \ldots =$ (continuará)

Cada vez que escribimos puntos suspensivos en matemáticas, estamos afrontando un problema: ¿realmente sabemos cómo continuar? Plantéate si sabrías cómo sigue la suma. **Pausa**. Si efectivamente lo sabes, acabas de descubrir que sí que existen las sumas con infinitos sumandos (¡sorpresa!).

Lo más difícil ha pasado, ahora ya podemos seguir usando el método que acabamos de ver con los números decimales exactos:

(continuación)

$= 3\cdot0{,}1 + 3\cdot0{,}01 + 3\cdot0{,}001 + 3\cdot0{,}0001 + 3\cdot0{,}00001 + \ldots =$

$= 3\cdot10^{-1} + 3\cdot10^{-2} + 3\cdot10^{-3} + 3\cdot10^{-4} + 3\cdot10^{-5} + \ldots$

Si el periodo tiene más de una cifra, lo que dejamos para los puntos suspensivos es un poco más difícil, pero también tiene sentido y lo puedes continuar tú:

Ejemplo 7: $0{,}\overline{27} = 2\cdot10^{-1} + 7\cdot10^{-2} + 2\cdot10^{-3} + 7\cdot10^{-4} + 2\cdot10^{-5} + 7\cdot10^{-6} + \ldots$

Podemos unir todo lo que hemos visto y escribir un número decimal periódico mixto sabiendo que la suma infinita se escribirá con sumandos que tienen todos la misma forma:

Ejemplo 8: $3{,}52\overline{4} = 3\cdot10^0 + 5\cdot10^{-1} + 2\cdot10^{-2} + 4\cdot10^{-3} + 4\cdot10^{-4} + 4\cdot10^{-5} \ldots$

Las sumas con infinitos sumandos

Las hemos escrito usando puntos suspensivos, pero como se estudian bastante en matemáticas, existe una manera de escribirlas sin puntos suspensivos, usando la letra griega sigma mayúscula («Σ»), que llamamos en estos casos «sumatorio». Explicaremos la notación en niveles superiores. Ejemplo 9: $0{,}\overline{3} = \sum_{n\in\mathbb{N}} 3\cdot10^{-n}$

