

Repartos inversamente proporcionales

Ejemplo: tenéis que preparar para una fiesta 10 paquetes con regalos. En preparar un paquete tú tardas 10 minutos, tu hermana tarda 5 minutos y tu hermano tarda 30 minutos. Si os ponéis a trabajar todos a la vez, sin descanso, ¿cuántos paquetes prepararéis cada uno? Como tu hermana tarda la mitad de tiempo que tú, podrá preparar el doble de paquetes; como tu hermano tarda el triple que tú, preparará la tercera parte. Dedicar un rato a pensar este problema.

Estos repartos se llaman **repartos inversamente proporcionales**, porque la manera de resolverlos matemáticamente es que cada número de paquetes debe ser inversamente proporcional al tiempo que se tarda en preparar cada uno.

La manera matemática de decir lo que se pide en el ejemplo es: «reparte 10 en partes inversamente proporcionales a 10, 5 y 30». Es decir, nos dan una cantidad que hay que descomponer en varios sumandos y unos números; los sumandos deben ser inversamente proporcionales a los números.

Solución. Este problema no es fácil, pero quizá hayas llegado a la solución: tú prepararás tres paquetes, tu hermana seis paquetes y tu hermano uno. Observa los productos:

Tú: $10 \cdot 3 = 30$. Tu hermana: $5 \cdot 6 = 30$. Tu hermano: $30 \cdot 1 = 30$

El resultado de los tres productos es 30, que tiene un significado importante: es el tiempo total de trabajo que habéis dedicado a la tarea, medido en minutos.

Método de resolución

Estos problemas se resuelven convirtiéndolos en un problema de reparto directamente proporcional.

Para entender el motivo, vamos a jugar un poco con el enunciado anterior. Llamamos «x» al número de paquetes que prepararás tú, «y» al número de paquetes que preparará tu hermana y «z» al número de paquetes que preparará tu hermano. Sabemos que debe ocurrir que $10 \cdot x = 5 \cdot y = 30 \cdot z$.

Usando fracciones con fracciones, esta expresión se puede transformar en $\frac{10}{\frac{1}{x}} = \frac{5}{\frac{1}{y}} = \frac{30}{\frac{1}{z}}$, que nos indica que los números 10, 5 y 30 deben ser directamente proporcionales a los inversos de los números «x», «y» y «z».

Enunciado

Tenéis que preparar para una fiesta 40 paquetes con regalos. En preparar un paquete tú tardas 10 minutos, tu hermana tarda 15 minutos y tu hermano tarda 18 minutos. Si os ponéis a trabajar todos a la vez, sin descanso, ¿cuántos paquetes prepararéis cada uno?

Resolución

Hay que repartir 40 en partes inversamente proporcionales a 10, 15 y 18. Por tanto, hay que repartir 40 en partes directamente proporcionales a $\frac{1}{10}$, $\frac{1}{15}$ y $\frac{1}{18}$.

Multiplicando por el mínimo común múltiplo de los denominadores (90), hay que repartir 40 en partes directamente proporcionales a 9, 6 y 5.

Lo hacemos: $9 + 6 + 5 = 20$; $40 : 20 = 2$; $9 \cdot 2 = 18$; $6 \cdot 2 = 12$; $5 \cdot 2 = 10$

Solución: tú prepararás 18 paquetes, tu hermana 12 y tu hermano 10.