

## Operaciones con fracciones usando propiedades de potencias

El uso combinado de las operaciones con fracciones y las propiedades de las potencias permite hacer a mano algunos cálculos que resultarían muy largos. Puedes pensar que con una calculadora (de bolsillo o programada en un ordenador) serían muy fáciles de hacer y que por tanto no merece la pena este aprendizaje, pero debes saber que estas transformaciones también se hacen cuando se programa, para mejorar la rapidez de respuesta de los programas de ordenador. Tómate estos ejercicios como un método para mejorar en el dominio de las propiedades, no te quedes solo en los números.

Normalmente hay varias maneras de aplicar las propiedades, busca la que a ti te parezca cómoda. Pero a veces ocurre que cuando ya has resuelto el ejercicio es cuando ves un método más sencillo: quédate a gusto haciéndolo otra vez por esa nueva vía más fácil, tendrás una magnífica sensación de dominio.

Recuerda que está permitido saltarse algún paso. ¡Sé tú mismo!

### Enunciados

Realiza las siguientes operaciones y da el resultado del modo más sencillo que sea posible (fracción irreducible o número entero).

$$\textcircled{1} \quad \left(\frac{2}{3}\right)^8 \cdot \left(\frac{3}{2}\right)^9 \qquad \textcircled{2} \quad 5^6 \cdot \left(\frac{2}{5}\right)^4 \qquad \textcircled{3} \quad \left(\frac{7}{2}\right)^4 \cdot \left(\frac{5}{3}\right)^4 \cdot 35^{-4}$$

### Resoluciones

- ① Observamos que el numerador y el denominador están intercambiados en las dos potencias y eso nos hace sospechar que podremos simplificarlos.

Este es el desarrollo que queremos evitar, fíjate lo difícil que parece a mano:

$$\left(\frac{2}{3}\right)^8 \cdot \left(\frac{3}{2}\right)^9 = \frac{2^8}{3^8} \cdot \frac{3^9}{2^9} = \frac{256}{6561} \cdot \frac{19683}{512} = \frac{5027328}{3359232} = \frac{3}{2} \quad (\text{¡vaya simplificación!})$$

Usando las propiedades, tardamos mucho menos y no manejamos números tan grandes.

$$\text{Primera resolución} \rightarrow \left(\frac{2}{3}\right)^8 \cdot \left(\frac{3}{2}\right)^9 = \frac{2^8}{3^8} \cdot \frac{3^9}{2^9} = \frac{2^8}{2^9} \cdot \frac{3^9}{3^8} = 2^{-1} \cdot 3^1 = \frac{3}{2}$$

$$\text{Segunda resolución} \rightarrow \left(\frac{2}{3}\right)^8 \cdot \left(\frac{3}{2}\right)^9 = \left(\frac{3}{2}\right)^{-8} \cdot \left(\frac{3}{2}\right)^9 = \left(\frac{3}{2}\right)^1 = \frac{3}{2}$$

- ② Parece que podremos simplificar el 5 de fuera del paréntesis con el de dentro del paréntesis.

$$5^6 \cdot \left(\frac{2}{5}\right)^4 = 5^6 \cdot \frac{2^4}{5^4} = 5^2 \cdot 2^4 = 25 \cdot 16 = 400$$

- ③ Si multiplicamos los numeradores de las dos potencias obtenemos un 35 y vemos otro 35 aparte; parece buena idea intentar simplificarlos.

$$\left(\frac{7}{2}\right)^4 \cdot \left(\frac{5}{3}\right)^4 \cdot 35^{-4} = \left(\frac{7 \cdot 5}{2 \cdot 3}\right)^4 \cdot 35^{-4} = \left(\frac{35}{6}\right)^4 \cdot 35^{-4} = \frac{35^4}{6^4} \cdot 35^{-4} = \frac{35^0}{6^4} = \frac{1}{1296}$$