

Cuadrado de una diferencia

- * Es una expresión que relaciona el cuadrado de un binomio en el que hay un signo «-» con un polinomio.
- * Si «a» y «b» son dos monomios cualesquiera, se verifica

$$(a-b)^2 = a^2 - 2ab + b^2$$

- * Es posible decir la expresión usando solo palabras, sin usar signos: a algunas personas les resulta útil, a otras perjudicial: la diferencia de un binomio al cuadrado es igual al cuadrado del primer monomio, menos el doble del producto de los dos monomios más el cuadrado del segundo monomio.
- * Aunque «a-b» es realmente una suma, esta expresión se llama cuadrado de una diferencia porque es más cómodo recordarla así, es un atajo.

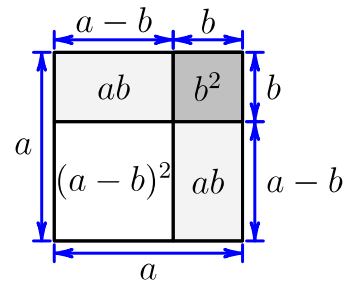
Demostración

$$(a-b)^2 = (a+(-b))^2 = a^2 + 2a(-b) + (-b)^2 = a^2 - 2ab + b^2$$

Visualización

Si asignamos a los monomios «a» y «b» algún valor positivo, podemos dibujar una figura como la de la derecha, en la que se visualiza la igualdad:

- * El lado del cuadrado grande mide «a», luego la superficie del cuadrado grande mide «a²».
- * El cuadrado grande está dividido en figuras más pequeñas, de tal modo que la parte que no corresponde a «(a-b)²» es «2ab-b²», ya que la parte «b²» está contenida en las dos partes «ab».
- * Por tanto, $(a-b)^2 = a^2 - (2ab - b^2) = a^2 - 2ab + b^2$



Enunciados

Desarrolla las siguientes expresiones:

- ① $(x-7)^2$ ② $(3x^5-6x^3)^2$ ③ $(8y^2-7y)^2$

Resoluciones

- ① $(x-7)^2 = x^2 - 2 \cdot x \cdot 7 + 7^2 = x^2 - 14x + 49$
- ② $(3x^5-6x^3)^2 = (3x^5)^2 - 2 \cdot 3x^5 \cdot 6x^3 + (6x^3)^2 = 9x^{10} - 36x^8 + 36x^6$
- ③ $(8y^2-7y)^2 = (8y^2)^2 - 2 \cdot 8y^2 \cdot 7y + (7y)^2 = 64y^4 - 112y^3 + 49y^2$

Comentario: si puedes, intenta saltarte el paso intermedio.

El signo menos en el primer monomio

La expresión es aplicable cuando el signo menos está en el primer monomio.

Ejemplo 4: $(-6x+5)^2 = (6x)^2 - 2 \cdot 6x \cdot 5 + 5^2 = 36x^2 - 60x + 25$

Los dos binomios son números

En ese caso no se usa el desarrollo, sino que se aplica la jerarquía de operaciones; el resultado sería el mismo si desarrolláramos, pero tardaríamos más.

Ejemplo 5: $(9-3)^2 = 6^2 = 36$

$$(9-3)^2 = 9^2 - 2 \cdot 9 \cdot 3 + 3^2 = 81 - 54 + 9 = 36$$