

Cuadrado de una suma

- * Es una expresión que relaciona el cuadrado de un binomio con un polinomio.
- * Si «a» y «b» son dos monomios cualesquiera, se verifica

$$(a+b)^2 = a^2 + 2ab + b^2$$

- * Es posible decir la expresión usando solo palabras, sin usar signos: a algunas personas les resulta útil, a otras perjudicial: la suma de un binomio al cuadrado es igual al cuadrado del primer monomio, más el doble del producto de los dos monomios más el cuadrado del segundo monomio.

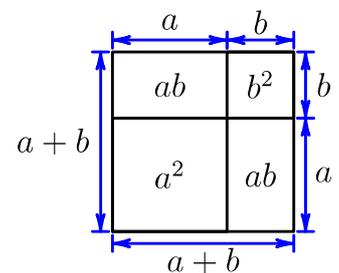
Demostración

$$(a+b)^2 = (a+b)(a+b) = aa + ab + ba + bb = a^2 + 2ab + b^2$$

Visualización

Si asignamos a los monomios «a» y «b» algún valor positivo, podemos dibujar una figura como la de la derecha, en la que se visualiza la igualdad:

- * El lado del cuadrado grande mide «a+b», luego la superficie del cuadrado grande mide «(a+b)²».
- * El cuadrado grande está dividido en cuatro figuras más pequeñas, de superficies «a²», «b²», «ab» y «ab».
- * Por tanto, $(a+b)^2 = a^2 + 2ab + b^2$



Enunciados

Desarrolla las siguientes expresiones:

- ① $(x+8)^2$ ② $(5x^5+4x^3)^2$ ③ $(7y^2+3y)^2$ ④ $(6z^7+3)^2$

Resoluciones

- ① $(x+8)^2 = x^2 + 2 \cdot x \cdot 8 + 8^2 = x^2 + 16x + 64$
- ② $(3x^5+4x^3)^2 = (3x^5)^2 + 2 \cdot 3x^5 \cdot 4x^3 + (4x^3)^2 = 9x^{10} + 24x^8 + 16x^6$
- ③ $(7y^2+3y)^2 = (7y^2)^2 + 2 \cdot 7y^2 \cdot 3y + (3y)^2 = 49y^4 + 42y^3 + 9y^2$
- ④ $(6z^7+5)^2 = (6z^7)^2 + 2 \cdot 6z^7 \cdot 5 + 5^2 = 36z^{14} + 60z^7 + 25$

Comentario: si puedes, intenta saltarte el paso intermedio.

Los dos coeficientes negativos

Si los dos coeficientes de los monomios son negativos, se pueden convertir a positivos antes de desarrollar.

Ejemplo 4: $(-6x-5)^2 = (-6x)^2 + 2(-6x)(-5) + (-5)^2 = 36x^2 + 60x + 25$

$$(6x+5)^2 = (6x)^2 + 2 \cdot 6x \cdot 5 + 5^2 = 36x^2 + 60x + 25$$

Ejemplo 5: $(-8x^3-3x^2)^2 = (8x^3+3x^2)^2 = 64x^6 + 48x^5 + 9x^4$

Los dos binomios son números

En ese caso no se usa el desarrollo, sino que se aplica la jerarquía de operaciones; el resultado sería el mismo si desarrolláramos, pero tardaríamos más.

Ejemplo 6: $(3+5)^2 = 8^2 = 64$

$$(3+5)^2 = 3^2 + 2 \cdot 3 \cdot 5 + 5^2 = 9 + 30 + 25 = 64$$