

Producto de dos polinomios

Para multiplicar dos polinomios hay que multiplicar todos los monomios de un polinomio por todos los monomios del otro y luego simplificar los monomios que sean semejantes.

Ejemplo 1

Enunciado: calcula $(2x+3) \cdot (4x+5)$. También se puede pedir «desarrollar».

Explicación

- * Multiplicamos el primer monomio del primer polinomio por el primer monomio del segundo polinomio: $2x \cdot 4x = 8x^2$
- * Multiplicamos el primer monomio del primer polinomio por el segundo monomio del segundo polinomio: $2x \cdot 5 = 10x$
- * Multiplicamos el segundo monomio del primer polinomio por el primer monomio del segundo polinomio: $3 \cdot 4x = 12x$
- * Multiplicamos el segundo monomio del primer polinomio por el segundo monomio del segundo polinomio: $3 \cdot 5 = 15$
- * Hemos obtenido cuatro monomios: « $8x^2$ », « $10x$ », « $12x$ » y « 15 ».
- * Hay dos monomios semejantes que podemos sumar: $10x+12x=22x$.

Resolución

Uniendo todo lo anterior, la operación se escribe así:

$$(2x+3) \cdot (4x+5) = 8x^2+10x+12x+15 = 8x^2+22x+15$$

Justificación del método

Sabemos que este es el método correcto porque podemos aplicar repetidas veces la propiedad distributiva. En el ejemplo anterior se haría así:

$$(2x+3) \cdot (4x+5) = 2x \cdot (4x+5) + 3 \cdot (4x+5) = 2x \cdot 4x + 2x \cdot 5 + 3 \cdot 4x + 3 \cdot 5 = \dots$$

Nunca escribimos tanto, lógicamente. Cuando ya sabemos que el método es correcto y por qué, simplemente lo aplicamos.

Ejemplo 2

Enunciado: calcula $(5x^3+7x) \cdot (8x^4-9)$ y escribe el resultado final colocando los monomios de mayor a menor grado.

Resolución

$$(5x^3+7x) \cdot (8x^4-9) = 40x^7-45x^3+56x^5-63x = 40x^7+56x^5-45x^3-63x$$

Observaciones

- * En este ejemplo no aparecen monomios semejantes, de modo que en ningún momento es necesario sumar monomios.
- * Si el enunciado no pide un orden concreto en el resultado final, lo elegiremos nosotros, pero se recomienda que siempre el resultado final se dé con los monomios ordenados.

Propiedad

El grado del polinomio obtenido como producto de dos polinomios es la **suma** de los grados de los dos polinomios.

Ejemplo 3: si multiplicamos un polinomio de grado 4 por un polinomio de grado 5 el resultado es un polinomio de grado 9. El motivo es que, si ambos tienen la misma indeterminada, en algún momento habrá que hacer algo como $x^4 \cdot x^5 = x^9$.