

**Número de soluciones de una ecuación de segundo grado completa**

Una ecuación de segundo grado completa solo puede tener ninguna, una o dos soluciones. No hay ninguna otra posibilidad.

Examinamos unos ejemplos para ver cuándo tienen una sola solución y cuándo no tienen ninguna.

**Enunciados**

Resuelve las siguientes ecuaciones. Da el resultado del modo más sencillo que sea posible (número entero o fracción irreducible).

①  $x^2+4x+4=0$       ②  $4x^2-12x+9=0$       ③  $x^2+x+2=0$       ④  $2x^2-x+7=0$

**Resoluciones**

$$\begin{aligned} \text{① } x^2+4x+4=0 &\Rightarrow x = \frac{-4 \pm \sqrt{4^2 - 4 \cdot 1 \cdot 4}}{2 \cdot 1} = \frac{-4 \pm \sqrt{16-16}}{2} = \frac{-4 \pm \sqrt{0}}{2} = \frac{-4 \pm 0}{2} = \\ &= \frac{-4}{2} = -2. \text{ Solución: } x = -2 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \text{② } 4x^2-12x+9=0 &\Rightarrow x = \frac{-(-12) \pm \sqrt{(-12)^2 - 4 \cdot 4 \cdot 9}}{2 \cdot 4} = \frac{12 \pm \sqrt{144-144}}{8} = \frac{12 \pm \sqrt{0}}{8} = \\ &= \frac{12 \pm 0}{8} = \frac{12}{8} = \frac{3}{2}. \text{ Solución: } x = \frac{3}{2} \end{aligned}$$

$$\text{③ } x^2+x+3=0 \Rightarrow x = \frac{-1 \pm \sqrt{1^2 - 4 \cdot 1 \cdot 3}}{2 \cdot 1} = \frac{-1 \pm \sqrt{1-12}}{2} = \frac{-1 \pm \sqrt{-11}}{2} \rightarrow \text{sin solución}$$

Solución: la ecuación no tiene solución.

$$\text{④ } 2x^2-x+1=0 \Rightarrow x = \frac{-(-1) \pm \sqrt{(-1)^2 - 4 \cdot 2 \cdot 1}}{2 \cdot 2} = \frac{1 \pm \sqrt{1-8}}{4} = \frac{1 \pm \sqrt{-7}}{4} \rightarrow \text{sin solución}$$

Solución: la ecuación no tiene solución.

**Estudio**

- \* En los ejemplos (1) y (2) vemos que si  $b^2-4ac=0$  entonces  $-b \pm \sqrt{0} = -b$  y por tanto la ecuación solo tiene una solución.
- \* En los ejemplos (3) y (4) vemos que si  $b^2-4ac$  es negativo entonces  $\sqrt{b^2-4ac}$  no existe y por tanto la ecuación no tiene ninguna solución.

**Discriminante de una ecuación de segundo grado**

Llamamos discriminante de la ecuación  $ax^2+bx+c=0$  a la cantidad  $b^2-4ac$  porque es la que discrimina (decide) cuántas soluciones tiene la ecuación. Se suele denominar con la letra griega delta mayúscula (« $\Delta$ »).

$$\text{Discriminante de } ax^2+bx+c=0 \rightarrow \Delta=b^2-4ac$$

- \* Si el discriminante es positivo, la ecuación tiene dos soluciones.
- \* Si el discriminante es cero, la ecuación tiene una sola solución.
- \* Si el discriminante es negativo, la ecuación no tiene ninguna solución.