

Número de soluciones de una ecuación de segundo grado completa

Una ecuación de segundo grado completa solo puede tener ninguna, una o dos soluciones. No hay ninguna otra posibilidad.

Examinamos unos ejemplos para ver cuándo tienen una sola solución y cuándo no tienen ninguna.

Enunciados

Resuelve las siguientes ecuaciones. Da el resultado del modo más sencillo que sea posible (número entero o fracción irreducible).

$$\textcircled{1} \quad x^2+4x+4=0 \quad \textcircled{2} \quad 4x^2-12x+9=0 \quad \textcircled{3} \quad x^2+x+2=0 \quad \textcircled{4} \quad 2x^2-x+7=0$$

Resoluciones

$$\textcircled{1} \quad x^2+4x+4=0 \Rightarrow x = \frac{-4 \pm \sqrt{4^2 - 4 \cdot 1 \cdot 4}}{2 \cdot 1} = \frac{-4 \pm \sqrt{16-16}}{2} = \frac{-4 \pm \sqrt{0}}{2} = \frac{-4 \pm 0}{2} = \frac{-4}{2} = -2. \text{ Solución: } x = -2$$

$$\textcircled{2} \quad 4x^2-12x+9=0 \Rightarrow x = \frac{-(-12) \pm \sqrt{(-12)^2 - 4 \cdot 4 \cdot 9}}{2 \cdot 4} = \frac{12 \pm \sqrt{144-144}}{8} = \frac{12 \pm \sqrt{0}}{8} = \frac{12 \pm 0}{8} = \frac{12}{8} = \frac{3}{2}. \text{ Solución: } x = \frac{3}{2}$$

$$\textcircled{3} \quad x^2+x+3=0 \Rightarrow x = \frac{-1 \pm \sqrt{1^2 - 4 \cdot 1 \cdot 3}}{2 \cdot 1} = \frac{-1 \pm \sqrt{1-12}}{2} = \frac{-1 \pm \sqrt{-11}}{2} \rightarrow \text{sin solución}$$

Solución: la ecuación no tiene solución.

$$\textcircled{4} \quad 2x^2-x+1=0 \Rightarrow x = \frac{-(-1) \pm \sqrt{(-1)^2 - 4 \cdot 2 \cdot 1}}{2 \cdot 2} = \frac{1 \pm \sqrt{1-8}}{4} = \frac{1 \pm \sqrt{-7}}{4} \rightarrow \text{sin solución}$$

Solución: la ecuación no tiene solución.

Estudio

- * En los ejemplos (1) y (2) vemos que si $b^2-4ac=0$ entonces $-b \pm \sqrt{0} = -b$ y por tanto la ecuación solo tiene una solución.
- * En los ejemplos (3) y (4) vemos que si b^2-4ac es negativo entonces $\sqrt{b^2-4ac}$ no existe y por tanto la ecuación no tiene ninguna solución.

Discriminante de una ecuación de segundo grado

Llamamos discriminante de la ecuación $ax^2+bx+c=0$ a la cantidad b^2-4ac porque es la que discrimina (decide) cuántas soluciones tiene la ecuación. Se suele denominar con la letra griega delta mayúscula (« Δ »).

$$\text{Discriminante de } ax^2+bx+c=0 \rightarrow \Delta=b^2-4ac$$

- * Si el discriminante es positivo, la ecuación tiene dos soluciones.
- * Si el discriminante es cero, la ecuación tiene una sola solución.
- * Si el discriminante es negativo, la ecuación no tiene ninguna solución.