

## Obtención de los divisores a partir de la descomposición

La descomposición de un número en factores primos permite averiguar todos los divisores del número de una manera diferente de la primera que vimos.

En vez de ir probando si un número es o no divisor del número dado, calcularemos los divisores directamente. Es un buen método, pero puede presentarse la dificultad de olvidar alguna combinación y perder algún divisor.

### Ejemplo 1

Calcula todos los divisores de 84.

Empezamos por establecer que el número 84 tiene dos divisores que dicen inmediatamente, el 1 y el 84. Por tanto, el método se va a utilizar para averiguar los demás divisores, que son los difíciles de obtener.

La descomposición en factores primos es  $84 = 2^2 \cdot 3 \cdot 7$ . Aunque solo hay tres factores primos, debemos tener en cuenta que el 2 aparece al cuadrado, así que consideramos el 84 como el producto de cuatro factores:  $84 = 2 \cdot 2 \cdot 3 \cdot 7$ .

Para obtener divisores de 84 habrá que elegir todas las combinaciones posibles de esos cuatro factores que den distintos resultados. Por tanto, será imprescindible seguir un buen método para ir haciendo las elecciones.

Si elegimos uno solo de los cuatro factores obtenemos tres divisores: 2, 3 y 7.

Si elegimos dos de los factores obtenemos otros cuatro divisores:  $2 \cdot 2 = 4$ ,  $2 \cdot 3 = 6$ ,  $2 \cdot 7 = 14$  y  $3 \cdot 7 = 21$ . Observa el orden en que hemos ido eligiendo los dos factores.

Si elegimos tres de los factores obtenemos otros tres divisores:  $2 \cdot 2 \cdot 3 = 12$ ,  $2 \cdot 2 \cdot 7 = 28$  y  $2 \cdot 3 \cdot 7 = 42$ .

Si eligiéramos los cuatro factores, obtendríamos el número original, el 84.

Para dar la solución escribimos por orden creciente todos los divisores obtenidos, incluyendo los dos tan sencillos que comentamos al principio.

Solución: 1, 2, 3, 4, 6, 7, 12, 14, 21, 28, 42 y 84.

### Ejemplo 2

Calcula todos los divisores de 3861.

Descomposición factorial:  $3861 = 3^3 \cdot 11 \cdot 13$ .

Tomando un factor: 3, 11, 13.

Tomando dos factores:  $3 \cdot 3 = 9$ ,  $3 \cdot 11 = 33$ ,  $3 \cdot 13 = 39$ ,  $11 \cdot 13 = 143$ .

Tomando tres factores:  $3 \cdot 3 \cdot 3 = 27$ ,  $3 \cdot 3 \cdot 11 = 99$ ,  $3 \cdot 3 \cdot 13 = 117$ ,  $3 \cdot 11 \cdot 13 = 429$ .

Tomando cuatro factores:  $3 \cdot 3 \cdot 3 \cdot 11 = 297$ ,  $3 \cdot 3 \cdot 3 \cdot 13 = 351$ ,  $3 \cdot 3 \cdot 11 \cdot 13 = 1287$ .

Solución: 1, 3, 9, 11, 13, 27, 33, 39, 99, 117, 143, 297, 351, 429, 1287 y 3861.

### Propiedad

La cantidad de divisores de un número es igual al producto de los siguientes de los exponentes de cada factor primo en su descomposición factorial.

**Ejemplo 1.**  $84 = 2^2 \cdot 3 \cdot 7$ . Los exponentes son 2, 1 y 1; los siguientes de los exponentes son 3, 2 y 2; el producto es  $3 \cdot 2 \cdot 2 = 12$ . Por tanto, 84 tiene 12 divisores.

**Ejemplo 2.**  $3861 = 3^3 \cdot 11 \cdot 13$ . Los exponentes son 3, 1 y 1; los siguientes de los exponentes son 4, 2 y 2; el producto es  $4 \cdot 2 \cdot 2 = 16$ . Así, 3861 tiene 16 divisores.