

Optimización de recursos

Una de las áreas de investigación más útiles para la humanidad es cómo conseguir mejores resultados gastando menos recursos. Según el problema que haya que resolver, se utilizan distintas herramientas matemáticas. La **programación lineal** es una de esas herramientas. Para estudiarla, primero conviene entender qué tipo de problemas podremos resolver con ella.

Ejemplo

Enunciado

Una empresa familiar de bisutería produce piezas de tres tipos diferentes que vende en dos cajas de tamaños diferentes.

- * Las piezas azules cuadradas (■) les reportan un beneficio de diez euros cada una, pero solo pueden fabricar 220 en cada ciclo de producción.
- * Las piezas rojas triangulares (▲) les reportan un beneficio de cinco euros cada una y fabrican 640 en cada ciclo de producción.
- * Las piezas verdes circulares (●) les reportan un beneficio de dos euros cada una y fabrican 600 en cada ciclo de producción.

La empresa vende cajas pequeñas, con la composición «■▲●●●» y cajas grandes con la composición «■▲▲▲●●». Queremos averiguar cuántas cajas de cada tipo hay que preparar en cada ciclo de producción para obtener el máximo beneficio (suponiendo que consigan venderlas todas).

Planteamiento

Llamamos «x» e «y» a los números de cajas pequeñas y grandes que fabricarán, respectivamente. Los dos números deben ser enteros no negativos.

- * Como se dispone de 220 piezas ■: $x+y \leq 220$.
- * Como se dispone de 640 piezas ▲: $x+4y \leq 640$.
- * Como se dispone de 600 piezas ●: $3x+2y \leq 600$.
- * Con cada caja pequeña se gana $10+5+3 \cdot 2 = 21$ euros.
- * Con cada caja grande se gana $10+4 \cdot 5+2 \cdot 2 = 34$ euros.
- * Por tanto el beneficio total obtenido se calcula con la expresión « $21x+34y$ ».

La pareja de valores que buscamos debe cumplir dos condiciones:

- * Ser solución de este sistema de inecuaciones lineales:

$$\begin{cases} x+y \leq 220 \\ x+4y \leq 640 \\ 3x+2y \leq 600 \\ x \geq 0 \\ y \geq 0 \end{cases}$$
- * De entre todas las soluciones del sistema, ser la que da el máximo valor posible a esta función de dos variables independientes: $B(x,y) = 21x+34y$.

Vocabulario

- * Cada una de las inecuaciones lineales se llama una **restricción**.
- * El conjunto de puntos que verifican el sistema de inecuaciones lineales se llama **área factible** o **región factible**.
- * La función que hay que conseguir que alcance el máximo se llama **función objetivo**. En algunos problemas hay que alcanzar el mínimo.