

**Enunciados**

- ① Calcula con cuatro cifras significativas la longitud de la altura que pasa por el vértice A del triángulo ABC.  
Datos: A = (3,8), B = (-5,-8), C = (9,-1).
- ② Calcula de modo exacto el área del triángulo DEF.  
Datos: D = (2,6), E = (-7,3), F = (8,-7).

**Resoluciones**

- ① La altura de un triángulo es la distancia entre un vértice y su lado opuesto. Existen varias maneras de hacer el cálculo, pero la que nos parece más sencilla con los datos dados es utilizar la fórmula de la distancia de un punto a una recta. Como punto usaremos A y como recta usaremos la recta que pasa por los vértices B y C. Llamamos «r» a la recta que pasa por los vértices B y C.

El vector que une B y C es un vector de dirección de «r»:

$$\overrightarrow{BC} = (9 - (-5), -1 - (-8)) = (14, 7). \text{ Lo simplificamos: } \vec{v}_r = \frac{1}{7} (14, 7) = (2, 1)$$

$$\vec{v}_r = (2, 1) \Rightarrow \vec{n}_r = (1, -2) \Rightarrow r \equiv x - 2y + k = 0$$

$$C = (9, -1) \in r \Rightarrow 9 - 2(-1) + k = 0 \Rightarrow k = -11 \Rightarrow r \equiv x - 2y - 11 = 0$$

$$\text{Longitud de la altura} = d(A, r) = \frac{|3 - 2 \cdot 8 - 11|}{\sqrt{1^2 + (-2)^2}} = \frac{24}{\sqrt{5}} = 10,73$$

$$\text{Calculadora: } 24 \div \sqrt{5} = \Rightarrow 10.73312629$$

Solución: 10,73

- ② Existen varias maneras de hacer el cálculo, pero la que nos parece más sencilla con los datos dados es calcular una altura con el método del enunciado anterior y la base correspondiente con la distancia entre dos puntos.

Se puede demostrar que si todas las coordenadas de los vértices de un triángulo son números enteros, entonces el área o bien es un número natural o bien se puede expresar como una fracción irreducible con denominador 2. Por tanto, puedes tener la seguridad de que las dos raíces que pueden aparecer en este cálculo se podrán simplificar usando las propiedades de los radicales.

$$\text{Base} = d(E, F) = |\overrightarrow{EF}| = |(8 - (-7), -7 - 3)| = |(15, -10)| = \sqrt{15^2 + (-10)^2} = \sqrt{325}$$

Llamamos «s» a la recta que pasa por los vértices E y F.

$$\overrightarrow{EF} = (15, -10) \Rightarrow \vec{v}_s = \frac{1}{5} (15, -10) = (3, -2) \Rightarrow \vec{n}_s = (2, 3) \Rightarrow s \equiv 2x + 3y + c = 0$$

$$E = (-7, 3) \in s \Rightarrow -2 \cdot 7 + 3 \cdot 3 + c = 0 \Rightarrow c = 5 \Rightarrow s \equiv 2x + 3y + 5 = 0$$

$$\text{Longitud de la altura} = d(D, s) = \frac{|2 \cdot 2 + 3 \cdot 6 + 5|}{\sqrt{2^2 + 3^2}} = \frac{27}{\sqrt{13}}$$

$$\text{Área} = \frac{1}{2} \sqrt{325} \frac{27}{\sqrt{13}} = \frac{1}{2} \sqrt{5^2 \cdot 13} \frac{27}{\sqrt{13}} = \frac{1}{2} \cdot 5 \sqrt{13} \frac{27}{\sqrt{13}} = \frac{5 \cdot 27}{2} = 67,5$$

Solución: 67,5