

Enunciado

Dada la siguiente distribución, se pide:

- Calcula con dos cifras significativas el coeficiente de correlación.
- Averigua la ecuación explícita de la recta de regresión.
- Calcula el valor estimado de «y» para $x = 5$.
- ¿Te parece fiable el valor calculado en el apartado anterior?

X	2	3	3	4	4	6	6	7	8	9
Y	1	1	2	5	6	6	7	8	10	11

Resolución

Tenemos diez datos de la forma (x_i, y_i) . Los colocamos en una tabla junto con algunas filas y columnas auxiliares.

											↓ Sumas ↓
x_i	2	3	3	4	4	6	6	7	8	9	52
y_i	1	1	2	5	6	6	7	8	10	11	57
x_i^2	4	9	9	16	16	36	36	49	64	81	320
y_i^2	1	1	4	25	36	36	49	64	100	121	437
$x_i y_i$	2	3	6	20	24	36	42	56	80	99	368

De la tabla obtenemos: $\Sigma x_i = 52$, $\Sigma y_i = 57$, $\Sigma x_i^2 = 320$, $\Sigma y_i^2 = 437$, $\Sigma x_i y_i = 368$

* Medias: $\bar{x} = \frac{\Sigma x_i}{10} = \frac{52}{10} = 5,2$; $\bar{y} = \frac{\Sigma y_i}{10} = \frac{57}{10} = 5,7$

* Covarianza: $\sigma_{xy} = \frac{\Sigma x_i y_i}{10} - \bar{x} \bar{y} = \frac{368}{10} - 5,2 \cdot 5,7 = 36,8 - 29,64 = 7,16$

* Desv. típica de las «x»: $\sigma_x = \sqrt{\frac{\Sigma x_i^2}{10} - \bar{x}^2} = \sqrt{\frac{320}{10} - 5,2^2} = \sqrt{32 - 27,04} = \sqrt{4,96}$

* Desv. típica de las «y»: $\sigma_y = \sqrt{\frac{\Sigma y_i^2}{10} - \bar{y}^2} = \sqrt{\frac{437}{10} - 5,7^2} = \sqrt{43,7 - 32,49} = \sqrt{11,21}$

* Coeficiente de correlación: $\rho = \frac{\sigma_{xy}}{\sigma_x \sigma_y} = \frac{7,16}{\sqrt{4,96} \sqrt{11,21}} = 0,96$

■ Calc.: $7.16 \div (\sqrt{4.96} \times \sqrt{11.21}) = \Rightarrow 0.960216971$

* Coeficiente de regresión: $\frac{\sigma_{xy}}{\sigma_x^2} = \frac{7,16}{4,96} = 1,44$

■ Calculadora: $7.16 \div 4.96 \text{ STO } A = \Rightarrow 1.443548387$

* Recta de regresión: $y - 5,7 = 1,44(x - 5,2) \Rightarrow y = 1,44x - 1,81$

■ Calculadora: $5.7 - \text{RCL } A \times 5.2 \text{ STO } B = \Rightarrow -1.806451613$

* Valor estimado: $x = 5 \Rightarrow \hat{y} = 1,44 \cdot 5 - 1,81 = 5,4$

■ Calculadora: $\text{RCL } A \times 5 + \text{RCL } B = \Rightarrow 5.411290323$

Soluciones: (a) 0,96 (b) $y = 1,44x - 1,81$ (c) $\hat{y} = 5,4$

(d) Sí, porque el coeficiente de correlación es muy próximo a 1.