

Definición de logaritmo

Sea «a» un número real positivo distinto de 1 y «r» un número real. Llamamos logaritmo en base «a» de «r» al número al que hay que elevar «a» para obtener «r». Se escribe « $\log_a r$ ».

Ejemplos

Ejemplo 1. El logaritmo en base 2 de 32 es 5 porque $2^5 = 32$. Es decir: $\log_2 32 = 5$.

Ejemplo 2. El logaritmo en base 3 de 81 es 4 porque $3^4 = 81$. Es decir: $\log_3 81 = 4$.

Ejemplo 3. El logaritmo en base 7 de $\frac{1}{7}$ es -1 porque $7^{-1} = \frac{1}{7}$.

Es decir: $\log_7 \frac{1}{7} = -1$.

Ejemplo 4. El logaritmo en base 5 de $\sqrt{5}$ es 0,5 porque $5^{0,5} = \sqrt{5}$.

Es decir: $\log_5 \sqrt{5} = 0,5$.

Definición de logaritmo usando símbolos

Sea $a \in (0,1) \cup (1, \rightarrow)$ y $r \in \mathbb{R}$. Entonces:

$$\log_a r = x \Leftrightarrow a^x = r$$

Se lee así: el logaritmo en base «a» de «r» es «x» cuando «a» elevado a «x» da «r».

Ejemplos

Ejemplo 5. Enunciado: calcula $\log_{0,2} 0,04$.

Resolución: llamamos $\log_{0,2} 0,04 = x$. Entonces, según la definición, $0,2^x = 0,04$.

Resolvemos la ecuación exponencial: $0,2^x = 0,04 \Rightarrow 0,2^x = 0,2^2 \Rightarrow x = 2$

Solución: $\log_{0,2} 0,04 = 2$

Ejemplo 6. Enunciado: calcula $\log_{31} 31$.

Resolución: llamamos $\log_{31} 31 = x$. Entonces, según la definición, $31^x = 31$.

Resolvemos la ecuación exponencial: $31^x = 31 \Rightarrow 31^x = 31^1 \Rightarrow x = 1$

Solución: $\log_{31} 31 = 1$

Ejemplo 7. Enunciado: calcula $\log_{29} 1$.

Resolución: llamamos $\log_{29} 1 = x$. Entonces, según la definición, $29^x = 1$.

Resolvemos la ecuación exponencial: $29^x = 1 \Rightarrow 29^x = 29^0 \Rightarrow x = 0$

Solución: $\log_{29} 1 = 0$

Ejemplo 8. Enunciado: calcula $\log_2 \frac{1}{\sqrt[5]{8}}$.

Resolución: llamamos $\log_2 \frac{1}{\sqrt[5]{8}} = x$. Entonces, según la definición, $2^x = \frac{1}{\sqrt[5]{8}}$.

Resolvemos la ecuación exponencial: $2^x = \frac{1}{\sqrt[5]{8}} \Rightarrow 2^x = 2^{-\frac{3}{5}} \Rightarrow x = -\frac{3}{5} \Rightarrow x = -0,6$

Solución: $\log_2 \frac{1}{\sqrt[5]{8}} = -0,6$