

Fórmula punto-pendiente

Si una recta tiene pendiente «m» y pasa por el punto de coordenadas (x_0, y_0) , entonces se verifica que

$$y - y_0 = m(x - x_0)$$

Esta expresión se llama **fórmula punto-pendiente**.

Demostración

Si el punto $P = (x, y)$ pertenece a la recta que también pasa por el punto $H = (x_0, y_0)$, el vector \overrightarrow{HP} es un vector de dirección de la recta y por tanto la pendiente de la recta es el cociente de la segunda componente entre la primera:

$$\overrightarrow{HP} = (x - x_0, y - y_0) \Rightarrow m = \frac{y - y_0}{x - x_0} \Rightarrow y - y_0 = m(x - x_0)$$

Utilidad

La fórmula punto-pendiente resulta muy útil para averiguar la ecuación implícita o la ecuación explícita de una recta de la que se conocen un punto y la pendiente.

Ejemplo 1

Enunciado

Averigua la ecuación implícita de la recta «s» que pasa por el punto $(4, -5)$ y tiene pendiente $\frac{2}{3}$.

Resolución

Usamos la fórmula punto-pendiente con $(x_0, y_0) = (4, -5)$ y $m = \frac{2}{3}$ y desarrollamos la expresión hasta llegar a la ecuación implícita:

$$y - (-5) = \frac{2}{3}(x - 4) \Rightarrow 3(y + 5) = 2(x - 4) \Rightarrow 3y + 15 = 2x - 8 \Rightarrow -2x + 3y + 23 = 0$$

Solución: $s \equiv -2x + 3y + 23 = 0$

Nota: también podríamos haber dado como solución $s \equiv 2x - 3y - 23 = 0$.

Ejemplo 2

Enunciado

Averigua la ecuación explícita de la recta «t» que pasa por el punto $(-2, 7)$ y tiene pendiente $\frac{5}{4}$.

Resolución

Usamos la fórmula punto-pendiente con $(x_0, y_0) = (-2, 7)$ y $m = \frac{5}{4}$ y desarrollamos la expresión hasta llegar a la ecuación explícita:

$$y - 7 = \frac{5}{4}(x - (-2)) \Rightarrow y - 7 = \frac{5}{4}(x + 2) \Rightarrow y = \frac{5}{4}x + \frac{5}{2} + 7 \Rightarrow y = \frac{5}{4}x + \frac{25}{4}$$

Solución: $t \equiv y = \frac{5}{4}x + \frac{25}{4}$