

Enunciados

Estudia la posición relativa de los siguientes pares de rectas.

① $r \equiv (x,y) = (2,-1) + \lambda(7,6)$; $s \equiv y = \frac{8}{7}x - \frac{9}{7}$

② $t \equiv \begin{cases} x=5+8\lambda \\ y=4-3\lambda \end{cases}$; $w \equiv 3x+8y-48=0$

③ $z \equiv \frac{x+10}{6} = \frac{y+13}{-5}$; $d \equiv y = -\frac{5}{6}x - \frac{64}{3}$

Resoluciones

① Convertimos la ecuación de cada recta en una ecuación con dos incógnitas:

$$r \equiv (x,y) = (2,-1) + \lambda(7,6) \Rightarrow r \equiv \frac{x-2}{7} = \frac{y+1}{6} \Rightarrow 6(x-2) = 7(y+1) \Rightarrow$$

$$\Rightarrow 6x-12 = 7y+7 \Rightarrow 6x-7y = 19$$

$$s \equiv y = \frac{8}{7}x - \frac{9}{7} \Rightarrow 7y = 8x-9 \Rightarrow 8x-7y = 9$$

El sistema $\begin{cases} 6x-7y=19 \\ 8x-7y=9 \end{cases}$ es compatible

Solución: secantes

② Convertimos la ecuación de cada recta en una ecuación con dos incógnitas:

$$t \equiv \begin{cases} x=5+8\lambda \\ y=4-3\lambda \end{cases} \Rightarrow t \equiv \frac{x-5}{8} = \frac{y-4}{-3} \Rightarrow -3(x-5) = 8(y-4) \Rightarrow$$

$$\Rightarrow -3x+15 = 8y-32 \Rightarrow 3x+8y = 47$$

$$w \equiv 3x+8y-48=0 \Rightarrow 3x+8y = 48$$

El sistema $\begin{cases} 3x+8y=47 \\ 3x+8y=48 \end{cases}$ es incompatible

Solución: paralelas

③ Convertimos la ecuación de cada recta en una ecuación con dos incógnitas:

$$z \equiv \frac{x+10}{6} = \frac{y+13}{-5} \Rightarrow -5(x+10) = 6(y+13) \Rightarrow -5x-50 = 6y+78 \Rightarrow 5x+6y = -128$$

$$d \equiv y = -\frac{5}{6}x - \frac{64}{3} \Rightarrow 6y = -5x-128 \Rightarrow 5x+6y = -128$$

El sistema $\begin{cases} 5x+6y=-128 \\ 5x+6y=-128 \end{cases}$ es indeterminado

Solución: coincidentes

Observación

Las simplificaciones siempre ayudan a resolver estos ejercicios, especialmente para clasificar el sistema de ecuaciones obtenido.