

Ecuación de una circunferencia conocido el centro y una recta tangente

Resolvemos el problema calculando el radio de la circunferencia como la distancia entre el centro y la recta tangente. Estamos haciendo uso de la propiedad de que el radio de una circunferencia que pasa por un punto es perpendicular a la recta tangente a la circunferencia en ese punto.

Ejemplo 1**Enunciado**

Averigua la ecuación de la circunferencia «C» que tiene el centro en el punto T y es tangente a la recta «s».

Datos: $T = (6, -2)$, $s \equiv 3x - 5y + 74 = 0$.

Resolución

Llamamos «r» al radio de la circunferencia y lo calculamos como la distancia entre el centro y la recta tangente:

$$r = d(T, s) = \frac{|3 \cdot 6 - 5(-2) + 74|}{\sqrt{3^2 + (-5)^2}} = \frac{|18 + 10 + 74|}{\sqrt{9 + 25}} = \frac{102}{\sqrt{34}}$$

No es necesario racionalizar la expresión, puesto que hay que elevarla al cuadrado para poner el resultado en la ecuación de la circunferencia:

$$r^2 = \left(\frac{102}{\sqrt{34}} \right)^2 = \frac{102^2}{34} = 306$$

Solución: $C \equiv (x-6)^2 + (y+2)^2 = 306$

Ecuación de una circunferencia conocido un diámetro

Resolvemos el problema calculando el centro de la circunferencia como el punto medio del diámetro y el radio de la circunferencia como la distancia entre el centro y uno cualquiera de los extremos del diámetro.

Ejemplo 2**Enunciado**

Averigua la ecuación de la circunferencia «C» sabiendo que el segmento de extremos A y B es uno de sus diámetros.

Datos: $A = (5, -8)$, $B = (9, 2)$.

Resolución

El centro de la circunferencia, que llamamos T, es el punto medio del segmento AB:

$$T = \left(\frac{5+9}{2}, \frac{-8+2}{2} \right) = (7, -3)$$

Llamamos «r» al radio de la circunferencia y lo calculamos como la distancia entre el centro y el punto B:

$$r = d(T, B) = \sqrt{(9-7)^2 + (2-(-3))^2} = \sqrt{2^2 + 5^2} = \sqrt{29}$$

No es necesario calcular la raíz, puesto que hay que elevarla al cuadrado para poner el resultado en la ecuación de la circunferencia:

$$r^2 = (\sqrt{29})^2 = 29$$

Solución: $C \equiv (x-7)^2 + (y+3)^2 = 29$